REPUBLIQUE GABONAISE

DIRECTION DU BACCALAUREAT

Session: 2017

Séries: B

Coef.: 3

Durée: 3 heures

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2017

MATHEMATIQUES

(L'usage de la calculatrice est autorisé)

<u>EXERCICE 1</u> : Questions à Choix Multiples (QCM) (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une seule réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée. Indiquer sur vos copies le numéro de la question suivi du code de la réponse choisie (A, B, C ou D**)** sans justifier votre réponse.

N°	**Enoncés des questions**	**Réponses proposées**	
1	Une urne contient 6 boules indiscernables au toucher 4 sont rouges et 2 sont noires. On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. La probabilité de tirer 3 boules rouges est :	**A**	$\frac{4}{20}$
		B	$\frac{4}{120}$
		C	$\frac{4}{216}$
		D	$\frac{20}{4}$
2	Une entreprise veut augmenter sa production annuelle de 500 unités par rapport à l'année précédente. La production annuelle de la première année est $u_1 = 10000$ unités. On note u_n la production annuelle de la $n^{ième}$ année. Quelle est l'expression de u_n en fonction de n ?	**A**	$u_n = 10000 + 500(n-1)$
		B	$u_n = 500 + 10000n$
		C	$u_n = 10000 \times (500)^{n-1}$
		D	$u_n = 500 \times (10000)^n$
3	On considère dans $\mathbb{R}^3$ le système ci - après $\begin{cases} 4x - 2y + 2z = 10 \\ -2x + 6y - 4z = 14 \\ 10x - 4y - 2z = -16 \end{cases}$ Quel est le triplet solution $(x ; y ; z)$ de ce système ?	**A**	$(3 ; -2 ; 1)$
		B	$(0 ; 0 ; 1)$
		C	$(-2 ; 0 ; 0)$
		D	$(3 ; 8 ; 7)$
4	On considère le polynôme P défini par : $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que : $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$	**A**	$a = 1 ; b = -2 ; c = 1$
		B	$a = -2 ; b = 2 ; c = 3$
		C	$a = 0 ; b = 1 ; c = -2$
		D	$a = \frac{1}{2} ; b = 1 ; c = 0$

<u>EXERCICE 2</u> : Statistiques à deux variables (ajustement par la méthode de Mayer) (5 points)

Le tableau suivant indique l'évolution du prix en milliers de Francs CFA d'un type de pirogue artisanale dans un canton du département de MULUNDU. Dans ce tableau, y_i désigne le prix de la pirogue en milliers de Francs CFA et x_i le rang de l'année.

Année	**1990**	**1995**	**2000**	**2005**	**2010**	**2015**
Rang de l'année x_i	**0**	**5**	**10**	**15**	**20**	**25**
Prix de la pirogue en milliers de francs y_i	**32**	**41**	**50**	**59**	**68**	**77**

1) Représenter graphiquement le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ dans un repère orthogonal (O, I, J) d'unités graphiques
- $2cm$ pour 5 unités sur l'axe des abscisses
- $1cm$ pour 10 sur l'axe des ordonnées.

2) La forme du nuage de points permet-elle d'envisager un ajustement affine ? Justifier la réponse.

3) Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer sur le graphique.

4) On se propose d'ajuster ce nuage de points par la méthode de Mayer. Pour cela, on considère la série (S_1) constituée par le sous-nuage correspondant aux trois premiers points et la série (S_2) constituée par le sous-nuage correspondant aux trois derniers points.

a) Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des nuages de points respectivement associés aux séries (S_1) et (S_2) puis placer G_1 et G_2 sur le graphique précédent.

b) Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est : $y = 1,8x + 32$

c) Vérifier par le calcul que G appartient à cette droite. Tracer ensuite la droite (G_1G_2).

5) On suppose que la tendance reste la même au cours des années suivantes. Estimer le prix de ce type de pirogue artisanale en 2019.

<u>PROBLEME</u> : ***Fonction exponentielle*** **(11 points)**

Le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{e^x+1}{e^x+x}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O,I,J) d'unité graphique $4cm$.

<u>Partie A :</u> Détermination du signe d'une fonction

On considère la fonction g définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x)=e^x(x-2)-1$.

1) Déterminer la limite de g en $+\infty$.

2) **a.** Calculer $g'(x)$ ou g' désigne la fonction dérivée de la fonction g.

b. Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variations complet sur $[0;+\infty[$.

3) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans $[0;+\infty[$.

4) Justifier que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0;\alpha[$ $g(x)<0$ et pour tout x appartenant à l'intervalle $]\alpha;+\infty[$ $g(x)>0$.

<u>Partie B</u> : ***Etude et représentation graphique d'une fonction***

1) **a.** Démontrer que pour tout x de $[0;+\infty[$, $f(x)=\dfrac{1+e^{-x}}{1+xe^{-x}}$.

b. En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2) **a.** Calculer $f'(x)$ ou f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

b. Démontrer que pour tout x de $[0;+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x+x)^2}$.

c. En déduire le sens de variation de f sur $[0;+\infty[$.

d. Dresser le tableau de variation complet de f sur $[0;+\infty[$.

e. Construire la courbe (C) et la droite d'équation $y=1$ dans le repère défini ci-dessus. (Prendre $\alpha\approx 2{,}1$ et $f(\alpha)\approx 0{,}9$).

<u>Partie C</u> : ***Calcul d'une aire***

On note Σ l'aire en cm^2 du domaine (Φ) délimité par la courbe (C), l'axe des ordonnées et les droites d'équations $x=1$ et $y=1$.

1) Hachurer le domaine (Φ).

2) Montrer que la fonction F définie par $F(x)=\ln(e^x+x)$ est une primitive de f sur $[0;+\infty[$

3) En déduire la valeur exacte de Σ puis en donner une valeur approchée arrondie au cm^2 près.